

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT 2013 MATHÉMATIQUES	DUREE : 2 H Coef. : 1
OFFICE DU BACCALAUREAT	SERIE A ₄	

SESSION NORMALE

Exercice 1 (4,5 points)

On lance deux dés cubiques équilibrés. On calcule la valeur absolue de la différence des points obtenus sur la face supérieure de chaque dé. Par exemple si l'on obtient « 2 » avec un dé et « 5 » avec l'autre, le résultat correspondant est $|2 - 5|$, c'est-à-dire 3.

- 1- Quels sont les différents résultats possibles ? (on peut utiliser un tableau à deux entrées). (1,5 pts)
- 2- Quelle est la probabilité d'obtenir chacun de ces résultats ? (3 pts)

Exercice 2 (5 points)

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$$U_1 = 1 \text{ et pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*, U_{n+1} = U_n + 1.$$

- 1- Démontrez que $(U_n)_{n \geq 1}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison. (1 pt)
- 2- Calculez $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{2n-1} + U_{2n}$. (1 pt)
- 3- Calculez la somme des n premiers nombres pairs. (1 pt)
- 4- a/ Déduisez de ce qui précède la somme des n premiers nombres impairs. (0,5 pt)
- b/ Montrez que cette somme est le carré d'un nombre que l'on précisera. (0,5 pt)
- c/ En application calculer :
 - c₁/ $1 + 3 + 5 + \dots + 21 + 23 = ?$ (0,5 pt)
 - c₂/ $1 + 3 + 5 + \dots + 245 + 247 = ?$ (0,5 pt)

Problème (10,5 points)

A/ Le tableau de variation ci-contre est celui de la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = 2x^2 + 1 - \ln(x)$$

1- Observez le tableau pour donner :

- a/ Les limites de g aux bornes de $]0, +\infty[$. (1pt)
- b/ Le sens de variation de g . (0,5 pt)
- 2-a/ Calculez $g(\frac{1}{2})$ par défaut. (0,5 pt)
- b/ Déduisez le signe de $g(x)$ sur $]0, +\infty[$. (0,5 pt)

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$g(\frac{1}{2})$	$+\infty$

B/ Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 2x + \frac{\ln(x)}{x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1-a/ Calculez la limite de f en $+\infty$ puis en 0. (1 pt)
- b/ Calculez $f'(x)$ et vérifiez que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. (1,5 pts)
- c/ Déduisez de la question A/ 2 le signe de $f'(x)$ puis dressez le tableau de variation de f . (1 pt)
- 2- Soit (D) la droite d'équation $y = 2x$.
 - a/ Résolvez dans $]0, +\infty[$, l'équation : $f(x) = 2x$. (0,5 pt)
 - b/ Déduisez les coordonnées du point Ω intersection de la courbe (C) et de la droite (D) . (0,5 pt)
 - c/ Montrez que (D) est asymptote à la courbe (C) . (1 pt)
 - e/ Quelle est l'autre asymptote ? (0,5 pt)
- 3- Tracez (C) et (D) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (2 pts)