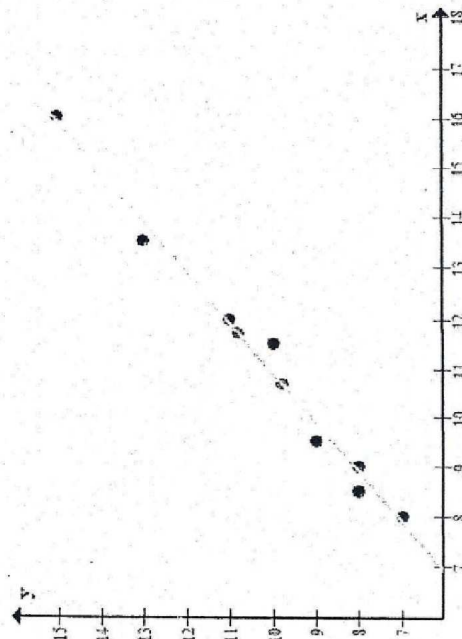


EXERCICE 1 4 points

1) Représentation de nuage de points 1,5 pt



2) Equation de (Δ) par la méthode de Mayer

$$\begin{cases} x_{G_1} = \frac{9,5+11,5+16+8+13,5}{5} = \frac{58,5}{5} = 11,7 & 0,25 \\ y_{G_1} = \frac{9+10+15+7+13}{5} = \frac{54}{5} = 10,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{G_2} = \frac{9+12+16+8,5+8}{5} = \frac{53,5}{5} = 10,7 & 0,25 \\ y_{G_2} = \frac{8+11+15+8+7}{5} = \frac{49}{5} = 9,8 \end{cases}$$

$$(\Delta) = (G_1G_2); (\Delta): y = ax + b \quad 0,25 \text{ pt}$$

$$\begin{cases} 11,7a + b = 10,8 \\ 10,7a + b = 9,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \quad 0,25 \text{ pt} \\ b = -0,9 \quad 0,25 \text{ pt} \end{cases} \text{ donc on a :}$$

$$(\Delta): y = x - 0,9 \quad 0,25$$

3) Représentons (Δ) 0,5 pt

4) Estimation de la note de français : $y = 60,25$

$6 = x - 0,9 \Leftrightarrow x = 6,9$ 0,25 donc pour une note de philosophie égale à 6 on peut estimer la note de français à 7

◦ Lecture graph ou réponse juste : 0,5 pt

EXERCICE 2 4 points

$$1) \forall a \in \mathbb{R}^*, e^{\frac{1}{a}} = \frac{1}{e^a}, \text{ car } e^{-x} = \frac{1}{e^x}, \forall x \in \mathbb{R} \quad 1 \text{ pt}$$

$$2) \forall x < 0, \ln\left(-\frac{1}{x}\right) = -\ln(-x) \quad 0,5 \text{ pt étant}$$

$$\text{donné que } \ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b), \forall b > 0 \quad 0,5 \text{ pt}$$

$$3) U_0 = \frac{9}{8} + 3; U_1 = \frac{81}{8} - 18 + 3, U_1 - U_0 = -9 \quad 1 \text{ pt}$$

$$U_{n+1} - U_n = -9(n+1) + \frac{9}{2} + 3 - \left(-9n + \frac{9}{8} + 3\right) = -9 \quad 1 \text{ pt}$$

4) L'ensemble solution de l'équation

$$(2x-1)(x^2-5x+6) = 0 \text{ est } \left\{\frac{1}{2}; 2; 3\right\} \quad 0,5 \text{ pt}$$

$$\text{En effet } (2x-1)(x^2-5x+6) = 0 \quad 0,25 \text{ pt}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ ou } x^2 - 5x + 6 = 0; \Delta = 25 - 24 = 1$$

0,25 pt

$$x = \frac{5-1}{2} = 2 \text{ ou } \frac{5+1}{2} = 3$$

PROBLÈME 12 points

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$$

1) Justifions que $D_f = \mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R}, e^x \neq 0$ donc $D_f = \mathbb{R} \quad 1 \text{ pt}$

2) Calculons $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(x+1)^2 e^{-x}] = +\infty \quad 1 \text{ pt car}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)^2 = +\infty$$

3a) Montrons que $f(x) = x^2 e^{-x} + 2x e^{-x} + e^{-x}$

$$f(x) = (x+1)^2 e^{-x} = (x^2 + 2x + 1)e^{-x} \quad 0,25 \text{ pt}$$

$$= x^2 e^{-x} + 2x e^{-x} + e^{-x} \quad 0,25 \text{ pt}$$

b) Calcul de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 e^{-x} + 2x e^{-x} + e^{-x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} + 2 \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0 \quad 1 \text{ pt car}$$

$$\forall x \in \mathbb{N}, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$$

* Interprétation graphique : l'axe des abscisses est asymptote à (C) en $+\infty$ ou (D) : $y = 0$ est asymptote 0,5 pt

$$4a) \text{ Montrons que } f'(x) = \frac{1-x^2}{e^x}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+2)e^x - e^x(x^2+2x+1)}{(e^x)^2} \quad 0,75 \text{ pt}$$

$$= \frac{2x+2-x^2-2x-1}{e^x} = \frac{1-x^2}{e^x} \quad 0,25 \text{ pt}$$

b) $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$ donc le signe de f' dépend de

$$h(x) = 1 - x^2 \quad 0,5 \text{ pt}$$

c) Etudions le signe de $h(x) = 1 - x^2$

$$h(x) = 0, 0,5 \text{ pt}; x^2 = 1 \text{ on a } x = -1 \quad 0,25 \text{ ou } x = 1, 0,25 \text{ pt}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
h(x)	-	0	0	-

1

$$\forall x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[, h(x) < 0$$

$$\forall x \in [-1; 1], h(x) \geq 0$$

On en déduit que :

$$\forall x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[, f'(x) < 0$$

$$\forall x \in [-1; 1], f'(x) \geq 0$$

5) * Sens de variation de f

D'après ce qui précède on a :

• $\forall x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[, f$ strictement décroissante sur $]-\infty; -1[$ et sur $]1; +\infty[$. 0,25 pt

• $\forall x \in [-1; 1], f$ est strictement

croissante sur $[-1; 1]$. 0,25 pt

* Tableau de variation

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f'(x)	-	0	+	0
f(x)	$+\infty$		$\frac{4}{e}$	$+\infty$

$$f(-1) = 0, 0,25 \text{ pt}; f(1) = \frac{4}{e}, 0,25 \text{ pt}$$

6) Equation de la tangente (T) à la courbe au point d'abscisse $x_0 = 0$

$$(T) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \quad 0,5 \text{ pt}$$

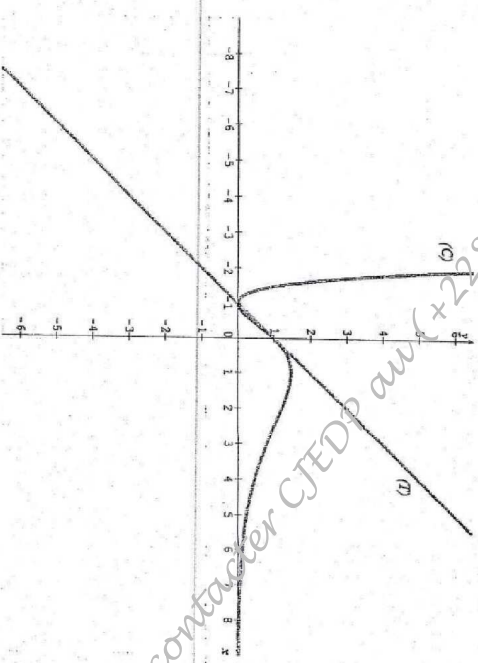
$$f(0) = 1; f'(0) = 1 \quad 0,25 \text{ pt}$$

$$(T) : y = x + 1 \quad 0,25 \text{ pt}$$

7) Construction de (C) et (T)

Tableau des valeurs

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	$4e^{-3}$	e^2	0	1	$4/e$	$9/e^2$	$16/e^3$



Repère : 0,25 pt (C) : 0,75 pt (T) : 0,5 pt

Pour les répétitions, contacter CJED au 02 20 20 20 20