

MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
DRL-DDSM	EXAMEN :	BACCALAUREAT BLANC	Durée : 4h	D & TI
COEFF. 4	EPREUVE :	MATHEMATIQUES	Session de Mai 2015	

L'épreuve comporte deux exercices et un problème, tous obligatoires, sur deux pages numérotées de 1 à 2.

EXERCICE 1 : 3,5 points

Soit (U_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par : $U_1 = \frac{1}{2}$ et $U_{n+1} = \frac{n+1}{2n} U_n$.

1. Calculer U_2 et U_3 . 0,5pt

2. (a) Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $U_n > 0$. 0,5pt

(b) Démontrer que la suite (U_n) est décroissante ; Qu'en conclure ? 0,75pt

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $V_n = \frac{U_n}{n}$.

(a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera. 0,75pt

(b) En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $U_n = \frac{n}{2^n}$. 0,5pt

4. Soit h la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par $h(x) = \ln x - x \ln 2$.

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ et en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. 0,5pt

EXERCICE 2 : 5,5 points

A) 1. Déterminer les racines carrées $\delta = a + ib$ de $\Delta = 2 - 2i\sqrt{3}$. 0,75pt

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 + (\sqrt{3} - 5i)z - 6 - 2i\sqrt{3} = 0$. 0,75pt

3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique $2cm$. Soient les points I, A et B d'affixes respectives $z_I = -\sqrt{3} + i$, $z_A = 2i$ et $z_B = -\sqrt{3} + 3i$.

(a) Déterminer l'ensemble (Γ) des points $M(z)$ tels que $|z + \sqrt{3} - i| = 2$. 0,5pt

(b) Vérifier que $A, B \in (\Gamma)$. Placer soigneusement I, A, B et construire (Γ) . 0,75pt

(c) Calculer $\frac{z_B - z_I}{z_A - z_I}$ et en déduire la nature du triangle IAB . 0,75pt

4. Soit r l'application du plan complexe d'écriture complexe $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z + 2i$.

(a) Déterminer les image des points A et I par r . 0,5pt

(b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de r . 0,5pt

B) Un QCM comporte 6 questions. Pour chaque question 4 réponses sont proposées et une seule est exacte. Un élève coche une réponse au hasard pour chaque question.

1. Calculer la probabilité de l'événement C : « les six réponses sont correctes » 0,75pt

2. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de réponses correctes obtenues. Calculer l'espérance mathématique de X . 0,25pt

PROBLEME : 11 points**PARTIE A : 7 points**

A) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{x-1} + 1$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$? **0,75pt**
2. Etudier les variations de f . **1pt**
3. Tracer la courbe $\mathcal{C}$. **1pt**

B) Soit a un réel strictement positif. On cherche s'il existe une tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse a , qui passe par l'origine du repère.

1. Soit (T_a) la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse a . Ecrire une équation de (T_a) . **0,5pt**
2. Démontrer (T_a) passe par l'origine du repère si et seulement si $1 - a^2 e^{a-1} = 0$. **0,5pt**
3. Démontrer que 1 est l'unique solution sur $]0; +\infty[$ de l'équation $1 - x^2 e^{x-1} = 0$. **0,5pt**
4. Donner alors une équation de la tangente recherchée. **0,5pt**

C) 1. Construire sur le graphique de la courbe $\mathcal{C}$ la droite (Δ) d'équation $y = 2x$. On admettra que $\mathcal{C}$ est dessus de (Δ) . Hachurer le domaine $\mathcal{D}$ limité par la courbe $\mathcal{C}$, la droite d'équation $x = 1$ et l'axe des ordonnées. **0,5pt**

2. On pose $I = \int_0^1 x e^{x-1} dx$. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que $I = \frac{1}{e}$. **1pt**
3. En déduire la valeur exacte (en unités d'aire) de l'aire $\mathcal{A}$ du domaine $\mathcal{D}$. **0,75pt**

PARTIE B : 4 points

Le tableau suivant donne l'évolution du prix en dollars (\$) d'un baril de pétrole de 2002 à 2011 dans le marché mondial. (on donnera les coefficients à 10^{-2} près par excès).

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix d'un baril en (\$) Y	38	45	40	55	70	60	75	80	95	106

1. (a) Représenter le nuage de points de la série statistique ainsi définie. **1pt**
 (b) Calculer la covariance de la série (X, Y) . **0,75pt**
2. (a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y . **0,75pt**
 (b) Justifier qu'une équation de la droite de régression de Y en X est $y = 7,35x + 26$. **0,5pt**
3. (a) En déduire une estimation du prix d'un baril de pétrole en 2016. **0,5pt**
 (b) En quelle année le prix du baril de pétrole dépassera 180 \$? **0,5pt**