

Exercice 1 (4pts)

- 1) Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos 3x = 0$. (0,5pt)
Placez sur le cercle trigonométrique les images des solutions. (0,5pt)
- 2) Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos(x - \frac{\pi}{3}) = 0$. (1pt)
- 3) Quelles sont les solutions communes aux deux équations précédentes dans $[0; 2\pi[$? (1pt)
- 4) Déterminez dans $[0; 2\pi[$ les solutions de l'équation : $\tan 3x = \tan(x - \frac{\pi}{3})$. (1pt)

Exercice 2 (4pts)

On considère la suite U définie par $U_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{16U_n - 12}{3U_n + 4}$.

- 1) Calculez U_1, U_2 et U_3 . (0,75pt)
- 2) On pose $V_n = \frac{2U_n + 1}{U_n - 2}$
 - a) Calculez V_0, V_1 et V_2 . (0,75pt)
 - b) Montrez que (V_n) est une suite arithmétique dont vous préciserez la raison. (0,75pt)
 - c) Étudiez le sens de variation de la suite (V_n) . (0,25pt)
- 3) a) Exprimez V_n en fonction de n . (0,5pt)
- b) Déduisez-en l'expression de U_n en fonction de n . (0,5pt)
- c) On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$. Exprimez S_n en fonction de n . (0,5pt)

Problème (12pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Unité graphique 1cm)

A/ Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $g(x) = \frac{x^2 - m|x-2|}{x+1}$ où m est un nombre réel.
Déterminez m pour que le point d'intersection de la courbe représentative de la fonction g et de l'axe des ordonnées ait pour ordonnées 2. (0,5pt)

B/ Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + |x-2|}{x+1}$. On note (C) la courbe représentative de f .

- 1) Écrivez $f(x)$ sans le symbole de valeur absolue. (1pt)
- 2) Calculez les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. (1pt)
- 3) Étudiez la continuité et la dérivabilité de f en 2. (1pt)
- 4) a) Calculez la dérivée f' de f puis étudiez le sens de variation de f . (1,5pt)
- b) Dressez le tableau de variation de f . (0,5pt)
- 5) a) Déterminez des réels a, b, c, a', b' et c' tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ pour $x < 2, x \neq -1$ et $f(x) = a'x + b' + \frac{c'}{x+1}$ pour $x > 2$. (1pt)
- b) Déduisez-en que (C) admet deux asymptotes $(D1)$ en $-\infty$ et $(D2)$ en $+\infty$. (1pt)
- c) Étudiez les positions relatives de (C) et $(D1)$ d'une part et de (C) et $(D2)$ d'autre part. (1pt)
- d) Précisez l'autre asymptote de (C) ? (0,25pt)
- 6) Tracez la courbe (C) , ses asymptotes et les demi-tangentes à (C) au point d'abscisse 2. (1pt)

C/ Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $h(x) = \frac{x^2 + |x+2|}{1-x}$. On note (C') la représentation graphique de h . Après avoir expliqué comment vous obtenez (C') à partir de (C) , vous construisez (C') dans le même repère que (C) . (1pt)

D/ On considère l'équation : $(E) : x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 2], x^2 - (k+1)x - k + 2 = 0$ où k décrit $\mathbb{R}$.
Déterminez graphiquement le nombre et le signe des solutions de (E) . (0,75pt)