

MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
DRL-DDSM	EXAMEN :	PROBATOIRE BLANC	Série : C	Durée : 3h
COEFF. 6	EPREUVE :	MATHEMATIQUES	Session de Mai 2015	

L'épreuve comporte deux exercices et un problème tous obligatoires, sur trois pages numérotées de 1 à 3. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 4,5 points

A) On considère l'équation $(E) : 8x^3 - 4\sqrt{3}x^2 - 2x + \sqrt{3} = 0$.

1. Vérifier que $\frac{1}{2}$ est une solution de (E) et que $4 + 2\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2$. 0,5pt

2. Trouver toutes les solutions de (E) . 0,75pt

3. Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $(E_1) : 8\sin^3 x - 4\sqrt{3}\sin^2 x - 2\sin x + \sqrt{3} = 0$. 1pt

4. Représenter les images des solutions de (E_1) sur un cercle trigonométrique. 0,5pt

B) Soient (U_n) et (V_n) les suites définies par : $U_0 = 1, U_{n+1} = \frac{U_n + 6}{U_n}$ et $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 2}$.

1. Calculer U_1, V_0 et V_1 . 0,5pt

2. Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{2}{3}$. 0,5pt

3. Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n . Calculer alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. 0,75pt

EXERCICE 2 : 5,5 points

A) Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit (Γ) le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$. Soient les points $A(1; 0)$, $B(3; -4)$ et le vecteur $\vec{u}(1, m)$.

1. Déterminer le centre K et le rayon r de (Γ) . 0,5pt

2. Vérifier que $A \in (\Gamma)$ et écrire une équation de la tangente (T) à (Γ) en A . 0,5pt

3. (a) Vérifier que le point B est extérieur à (Γ) . 0,25pt

(b) Ecrire une équation de la droite (D_m) de repère $(B, \vec{u})$. 0,25pt

(c) Calculer la distance du point K à la droite (D_m) . 0,25pt

(d) Pour quelles valeurs de m la droite (D_m) est-elle tangente à (Γ) ? 0,5pt

B) On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 3 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1. Déterminer le domaine de définition de f . 0,25pt

2. Montrer que f est continue en 0. 0,25pt

3. Montrer que la courbe $\mathcal{C}$ de f admet deux demi-tangentes que l'on précisera. 1pt

4. Etudier les variations de f . 1pt

5. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et ses demi-tangentes dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. 0,75pt

PROBLEME : 10 points

Le problème comporte trois parties indépendantes A, B et C.

PARTIE A : 3 points

A) Le plan vectoriel E est rapporté à la base $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$. Soit φ l'endomorphisme de E qui au vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ associe le vecteur $\vec{u}' = \varphi(\vec{u}) = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ défini par :

$$\begin{cases} 5x' = 7x - 4y \\ 5y' = x + 3y \end{cases}$$

1. Ecrire la matrice M de φ dans la base $\mathcal{B}$. φ est-il bijectif ? Justifier. **0,5pt**

2. Soit $E_1 = \{\vec{u} \in E / \varphi(\vec{u}) = \vec{u}\}$.

(a) Montrer que E_1 est un sous espace vectoriel de E . **0,5pt**

(b) Déterminer le réel λ pour lequel $\vec{e}_1 = \lambda\vec{i} + \vec{j}$ est un vecteur de E_1 . **0,5pt**

(c) Déterminer le vecteur $\vec{e}_2$ de E qui vérifie $\varphi(\vec{e}_2) = 3\vec{i} - \vec{j}$. **0,5pt**

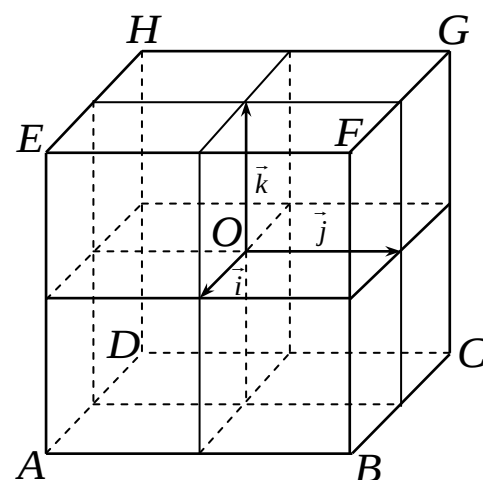
3. On pose $\vec{e}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{e}_2 = \vec{i} - 2\vec{j}$ et $\mathcal{B}' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

(a) Montrer que $\mathcal{B}'$ est une base de E et écrire la matrice A de φ dans cette base. **0,5pt**

(b) Montrer que la matrice A est inversible et déterminer la matrice A^{-1} . **0,5pt**

PARTIE B : 4 points

Un sac contient 4 jetons indiscernables au toucher numérotés respectivement $-1, 0, 0$ et 1 . On tire un jeton du sac, on note x son numéro et on le remet dans le sac ; on tire un second jeton, on note y son numéro et on le remet dans le sac ; on tire un troisième jeton, on note z son numéro et on le remet dans le sac. A chaque tirage de 3 jetons, on associe, dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le point $M(x, y, z)$.



1. Combien y-a-t-il de tirages possibles ? **0,5pt**

2. Préciser les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H dans le repère $\mathcal{R}$. **1pt**

3. Soit (P) le plan passant par O et orthogonal au vecteur $\vec{n}(1,1,1)$.

(a) Déterminer une équation cartésienne de (P) . **0,5pt**

(b) Déterminer le cardinal de l'événement E : « M appartient à (P) ». **0,5pt**

(c) Calculer la distance $d(A, (P))$. **0,5pt**

4. Caractériser la transformation $S_{(EG)} \circ S_{(AC)}$. **0,5pt**

5. Ecrire une équation cartésienne de la sphère $\mathcal{S}$ inscrite dans le cube $\mathcal{C}$. **0,5pt**

PARTIE C : 3 points

A) Le DRH d'une entreprise doit embaucher des ouvriers. Lors des précédentes campagnes pour des recrutements analogues, il a fait une étude statistique dont les résultats sont dans le tableau ci-contre :

Salaire journalier x_i	2000	4000	8000	10000
Nombre d'ouvriers y_i	20	15	10	5

1. Représenter le nuage de points de cette série. **0,5pt**
2. Déterminer la droite de régression de y en x . **0,75pt**
3. Estimer le salaire le salaire qu'il doit proposer s'il veut recruter 30 ouvriers. **0,25pt**
4. 15 employés de cette entreprise se rencontrent. Chacun d'eux salue tous les autres.
Quel est le nombre de poignées de mains échangées entre ces employés ? **0,5pt**

B) Dans le plan orienté, on considère le carré $ABCD$ de sens direct, de centre O et de côté 1 (unité graphique : $3,5cm$). Soient $G = bar \{(A,1);(B,2);(C,1)\}$ et (Σ) l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 6$.

- (a) Montrer que G est le milieu du segment $[OB]$ et placer G . **0,25pt**
- (b) Déterminer et construire l'ensemble (Σ) . **0,75pt**