

L'épreuve comporte trois exercices et un problème tous obligatoires, sur deux pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 4,5 points

A) Soient x et y deux réels de $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tels que $\cos x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ et $\sin y = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. Quelle est la valeur de y ? 0,25pt
2. (a) Vérifier que $\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$. 0,25pt
 (b) Calculer $\sin x$. 0,5pt
3. (a) Calculer $\cos(x - y)$ et $\sin(x - y)$. 0,5pt
 (b) En déduire la valeur de x . 0,5pt

B) Soient A et B deux points du plan euclidien tels que $AB = 2\sqrt{5}$.

1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 20$. 1pt
2. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne $A(-1; -1)$ et $B(3; 1)$.
 (a) Calculer AB et donner une équation de l'ensemble (Γ) de la question 1. 0,75pt
 (b) Vérifier que le point $C(2; -2)$ appartient à (Γ) . 0,25pt
 (c) Donner une équation de la tangente (T) à (Γ) au point C . 0,5pt

EXERCICE 2 : 4,5 points

Une urne contient six boules : une blanche, deux noires et trois jaunes. On extrait simultanément deux boules de cette urne.

- A) 1.** De combien de manières différentes peut-on effectuer ces tirages ? 0,5pt
2. Déterminer le nombre de tirages distincts pour lesquels :
- (a) A : « on a deux boules de même couleur » 0,25pt
 - (b) B : « la boule blanche apparaît » 0,25pt
 - (c) C : « aucune boule noire n'apparaît » 0,25pt
3. On gagne $200Frs$ pour le tirage de la boule blanche, $100Frs$ pour le tirage d'une boule noire et on perd $50Frs$ par boule jaune obtenue. On note X le gain algébrique d'un joueur à l'issue du tirage de deux boules.

Déterminer les valeurs possibles de X et donner pour chacune d'elle le nombre de tirages y conduisant.

1,25pt

B) On considère la série statistique suivante :

Modalités x_i	-100	50	150	200	300
Effectif n_i	3	6	3	1	2

1. Calculer la moyenne $\bar{x}$ et la variance V_x de cette série. 0,75pt

2. (a) Dresser le polygone des effectifs cumulés croissants de la série. 1pt

(b) Estimer, à l'aide du graphique précédent la médiane M_e de cette série. 0,25pt

PROBLEME : 11 points

On considère la fonction f définie sur $E = \mathbb{R} - \{4\}$ par $f(x) = \frac{-x^2 + 4x - 4}{4 - x}$. On note (C_f) sa courbe dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A) 1. (a) Montrer que pour tout réel x de E , on a : $f(x) = x - \frac{4}{4 - x}$. 0,5pt

(b) Calculer les limites de f aux bornes de E . 1pt

(c) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C_f) . 0,5pt

2. Montrer que le point $A(4; 4)$ est un centre de symétrie pour (C_f) . 0,5pt

3. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1pt

4. (a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère 0,5pt

(b) Tracer (C_f) . 1,5pt

B) Soit g la fonction définie sur $F = \mathbb{R} - \{-4; 4\}$ par $g(x) = f(|x|)$. On note (C_g) sa courbe représentative.

1. (a) Montrer que la fonction g est paire. 0,25pt

(b) Que peut-on en déduire pour la courbe (C_g) ? 0,25pt

2. (a) Comparer $f(x)$ et $g(x)$ pour $x \in E$ et $x \geq 0$. 0,25pt

(b) Tracer la courbe (C_g) sur le même graphique que (C_f) . 0,75pt

C) On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 4$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{4}{4 - U_n}$.

1. Calculer U_1, U_2 et U_3 . 0,75pt

2. On pose $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$.

(a) Calculer V_0, V_1 et V_2 . 0,75pt

(b) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison $-\frac{1}{2}$. 0,75pt

(c) Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n . 1pt

(d) La suite (U_n) est-elle convergente ? Justifier. 0,5pt