LYCÉE DE HÉDZRANAWOÉ	Composition du 1er semestre	Année scolaire : 2013 2014
BP : 30280 LOMÉ	**Epreuve de Mathématiques**	Classe : 2nde S
Tel : 22 26 00 00		Durée : 3h

Exercice 1 **(5 points)**

On considère le nombre φ défini par $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ et appelé *nombre d'or*.

1) a) Montrer : $\varphi^2 = \varphi + 1$. (0,5 pt)

b) Ecrire φ^3 et φ^4 sous la forme $p\varphi + q$, avec $p, q \in \mathbb{Z}$. ($2 \times 0,5$ pt)

2) a) Montrer : $\dfrac{1}{\varphi} = \varphi - 1$. (0,5 pt)

b) Ecrire alors $\dfrac{1}{\varphi^2}$ et $\dfrac{1}{\varphi^3}$ sous la forme $p\varphi + q$, avec $p, q \in \mathbb{Z}$. ($3 \times 0,5$ pts)

3) Simplifier les nombres suivants : ($3 \times 0,5$ pts)

$$A = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}}}} \qquad B = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3}{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - \cfrac{1}{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3}} \qquad C = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{1+\sqrt{5}}{2}}}}.$$

Exercice 2 **(6,5 points)**

A) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes : ($0,5 + 3 \times 1$ pts)

1) $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 2x^3 - 6x + 5 \end{array}$

2) $g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{3x}{\sqrt{|x-5|-2}} \end{array}$

3) $h : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{x^2-1}{1-\left(\mathrm{E}(-x)\right)^2} \end{array}$

4) $k : \begin{array}{ccc} [-3\,;7[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{3-x}{x-2} \end{array}$.

B) On considère les fonctions f et g respectivement définies par $f(x) = -6x + 5$ et $g(x) = \dfrac{x+4}{x+5}$.

1) Déterminer les images directes de $A = \{-1\,;0\}$ et $B = [-2\,;1]$ par f. (1,5 pts)

2) Déterminer l'image réciproque de $[-3\,;-1]$ par g. (1,5 pts)

Exercice 3 **(8,5 points)**

On considère un parallélogramme $ABCD$.

1) Construire les points E, F et I vérifiants : $\overrightarrow{BE} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{0}$. (0,75 pt)

2) Montrer que les points E, F et I sont alignés. (1 pt)

3) Déterminer la nature du quadrilatère $ICFD$. (0,5 pt)

4) On désigne par J le point d'intersection des droites (EF) et (DC).

a) Montrer que J est le milieu du segment $[DC]$. (0,5 pt)

b) En déduire la nature du quadrilatère $BECJ$. (0,5 pt)

c) Montrer : $\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JF}$. (0,75 pt)

5) On considère le repère $\mathscr{R} : (B, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BI})$.
Déterminer les coordonnées des points A, D, C, J et F dans $\mathscr{R}$. ($5 \times 0,5$ pts)

6) On appelle G le point défini par $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{0}$.

a) Construire le point G. (0,25 pt)

b) Montrer que $\overrightarrow{GF}$ et $\overrightarrow{IE}$ sont colinéaires. (0,75 pt)

7) Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur de coordonnées $(x\,;y)$ dans la base $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BI})$.
Exprimer en fonction de x et y, les coordonnées $(x'\,;y')$ de $\overrightarrow{u}$ dans la base $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$. (1 pt)

pour les éprouvettes, contactez CJEDP au (+228) 98197292/92104312 www.cjedp.mobie.in