

COMPOSITION DU PREMIER SEMESTRE
EPREUVE DE MATHÉMATIQUE 1^{ère} D

Exercice 1 (4pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations et inéquations suivantes

- a) $4x^2 - 3\sqrt{2}x + 1 = 0$ (0,5pt) c) $2014x^2 - 2013x - 1 = 0$ (0,5pt)
b) $x^2 - 1 \geq 0$ (0,5pt) d) $(x^2 - 5)^2 \leq (x^2 - x + 3)^2$ (0,5pt)

2) On donne l'équation suivante

$x \in \mathbb{R}$; (E) : $(m - 1)x^2 - mx + 3 - m^2$ où m est un paramètre réel.

- a) Pour quelles valeurs de m , (E) est du second degré ? (0,5pt)
b) Ecris l'équation pour $m = 2$ (0,5pt)
c) Sans résoudre l'équation (E), calculer :

$$x_1 + x_2; \quad x_1 \cdot x_2; \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}; \quad 2(x_1 + x_2) - 5x_1 \cdot x_2 \quad (1pt)$$

Exercice 2 (4pts)

Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = -2x^3 + 3x^2 - 1$

- a) Calculer $P(1)$. (0,5pt)
b) Mettre $P(x)$ sous la forme $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ où a , b et c sont des coefficients à déterminer. (0,75pt)
c) Factoriser $P(x)$. (1pt)
d) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$ puis l'inéquation $P(x) \geq 0$ ($2 \times 0,5pt$)

Problème (12pts)

On considère la famille des fonctions définies par $f_m(x) = \frac{4(m+1)x+2}{x+m+1}$ où m est un paramètre réel.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition $D_{f_m}(x)$ de f_m . (1pt)
2) On pose $m = 0$ et soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{4x+2}{x+1}$ et (C_g) sa courbe représentative dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé (unité graphique : 1cm).
a) Déterminer les réels a et b tels que l'on ait $g(x) = a + \frac{b}{x+1}$ (1pt)
b) Étudier les variations de g sur son ensemble de définition. (Domaine ; limites ; dérivées ; sens de variation ; tableau de variation) (5pts)
c) Donner les équations des asymptotes à la courbe (C_g) . (2pts)
d) Construire la courbe (C_g) et ses asymptotes après avoir donné l'équation de la tangente au point $x = 0$. Tracer la. ($2 \times 1pt$)
3) Soit la fonction h définie par $h(x) = \left| \frac{4x+2}{x+1} \right|$ et (C_h) sa courbe représentative dans le repère précédent. Construire en la justifiant la courbe (C_h) dans le repère précédent. (1pt)

BONNE COMPOSITION