

COMPOSITION DU PREMIER SEMESTRE
EPREUVE DE MATHÉMATIQUE Tle D

Exercice 1

Soit $P(x)$ le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = x^3 - 8x^2 + 23x - 24$

- 1)
 - a- Calculer $P(3)$
 - b- Déterminer les nombres réels a , b et c tels que : $P(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$
 - c- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3 - 24 = 8x^2 - 23x$
- 2) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ des inéquations :
 - a- $e^{3x} - 8e^{2x} + 23e^x - 24 \geq 0$
 - b- $(\ln x)^3 - 8(\ln x)^2 + 23\ln x - 24 > 0$

Exercice 2

On considère la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{2x+3}{x-1}$

- 1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
- 2) Trouver deux réels α et β tels que : $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$
- 3) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f . En déduire les équations des asymptotes à la courbe (C) de f .
- 4) Calculer $f'(x)$ et donner les équations des tangentes à (C) aux points d'abscisses respectives $x = 0$ et $x = 2$.

Exercice 3

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par $f(x) = \frac{1}{x} + 2\ln(x + 1)$, de courbe représentative (C) dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1cm.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D de f .
- 2)
 - a- Calculer les limites de f aux bornes de D .
 - b- En déduire que (C) admet deux asymptotes verticales dont on précisera les équations.
- 3)
 - a- Calculer la dérivée f' de f .
 - b- En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
- 4) Calculer $f(2)$; $f(3)$; et $f(4)$.
- 5) Construire la courbe (C) .
- 6) Discuter suivant les valeurs du nombre réel k , le nombre de solution de l'équation $f(x) = k$.
- 7) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq 0$
On donne $\ln 2 = 0,7$; $\ln 3 = 1,1$; $\ln 5 = 1,6$

BONNE COMPOSITION