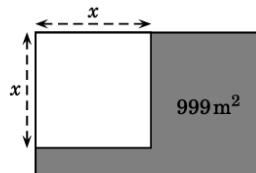


LYCÉE DE HÉDZRANAWOÉ	Devoirs Surveillés du 2 ^e semestre Epreuve de Mathématiques	Année scolaire : 2012-2013
BP : 30280 LOMÉ		Classe : 1 ^{ère} D
Tel : 22 26 00 00		Durée : 4h

Exercice 1 (2,5 points)

Un propriétaire possède un terrain carré de côté x . Il désire faire une construction sur une parcelle de 1500m^2 , pour cela il achète une parcelle voisine de 999m^2 . Il dispose alors d'un terrain rectangulaire dont la longueur est le double du côté du carré et la largeur a 5m de plus que le côté du carré.



- 1) Montrer que l'on a : $2x(x+5) = x^2 + 999$. (0,5 pt)
- 2) a) Déterminer la valeur de x correspondant au problème. (1 pt)
- b) Le propriétaire aurait-il pu construire sur son terrain carré? (0,5 pt)
- c) Le peut-il sur son nouveau terrain? (0,5 pt)

Exercice 2 (6 points)

On considère l'expression $A(x) = \frac{\sin 5x}{\sin x} - \frac{\cos 5x}{\cos x}$, où x est un nombre réel tel que $x \neq k\frac{\pi}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
Considérons l'équation $(E_m): A(x) = m$, où m est un paramètre réel.

- 1) Montrer $A(x) = 4\cos 2x$. (0,75 pt)
- 2) a) Déterminer l'ensemble M des valeurs de m pour lesquelles (E_m) admet des solutions. (0,75 pt)
- b) Résoudre (E_2) dans $\mathbb{R}$ et placer les solutions sur le cercle trigonométrique. (2 pts)
- 3) a) Montrer que pour $\cos x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, on a $m = 2\sqrt{3}$. (0,75 pt)
- b) Résoudre alors, dans $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, l'équation $\cos x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. (1 pt)
(on note x_0 la solution trouvée)
- 4) Montrer $\tan x_0 = 2 - \sqrt{3}$. (0,75 pt)

Problème (11,5 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} -x+2-\frac{1}{x-1}, & \text{si } x \in]-\infty; 0] \\ \frac{-2x^2+3x-3}{x^2-1}, & \text{si } x \in]0; +\infty[\end{cases}$ et on désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D de f . (1 pt)
- 2) Etudier la continuité, puis la dérivabilité de f en 0. (1 pt)
- 3) a) Déterminer les limites de f aux bornes de D . (2 pts)
- b) En déduire l'existence d'asymptotes verticale et horizontale. (0,5 pt)
- 4) Montrer que la droite $(\mathcal{D}): y = -x+2$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$. (0,5 pt)
- 5) Déterminer la fonction dérivée f' de f , puis étudier son signe. (1,5 pts)
- 6) Dresser le tableau de variations de f . (1 pt)
- 7) Construire la courbe $(\mathcal{C})$ ainsi que les tangentes aux points d'abscisse 0 et $\frac{5}{3}$. (2 pts)
- 8) Discuter, suivant les valeurs du réel k , du nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$. (0,5 pt)
(on donnera dans chaque cas, le signe des solutions)
- 9) On appelle g la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $g(x) = -f(x) - 4$.
 - a) Par quelle transformation peut-on obtenir la courbe $(\mathcal{C}')$ de g à partir de $(\mathcal{C})$? (0,5 pt)
 - b) Construire alors la courbe $(\mathcal{C}')$. (1 pt)