

LYCÉE DE HEDZRANAWOË	Devoirs Surveillés du 2 ^e semestre Epreuve de Mathématiques	Année scolaire : 2012-2013
BP : 30280 LOMÉ		Classe : Terminale A ₄
Tel : 22 26 00 00		Durée : 2h

Exercice 1 (5,5 points)

On considère la fonction polynôme f définie par $f(x) = x^3 - 6x^2 - 25x - 18$.

- 1) Trouver une fonction polynôme g telle que $f(x) = (x - 1)g(x)$. (0,5 pt)
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. (1,5 pts)
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :
 - a) $(E_1): \ln[g(x) + 18] = \ln 2 + 2\ln 3$ (1 pt)
 - b) $(E_2): \ln(x) + \ln(x - 7) = 2\ln 6 - \ln 2$ (1 pt)
 - c) $(E_3): e^{6x} - 6e^{4x} - 25e^{2x} = 18$. (1,5 pts)

Exercice 2 (4,5 points)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $\begin{cases} u_1 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = 2\sqrt{u_n} \end{cases}$.

- 1) Calculer u_2 et u_3 . (2 $\times$ 0,5 pt)
(on donnera les résultats sous la forme 2^α avec $\alpha \in \mathbb{Q}$)
- 2) On désigne par (v_n) la suite définie par $v_n = \ln u_n - \ln 4$.
 - a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera. (1 pt)
 - b) Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n . (2 $\times$ 0,5 pt)
 - c) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. (0,5 pt)
- 3) On pose $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_{n+1}$.
 - a) Exprimer S_n en fonction de n . (0,5 pt)
 - b) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$. (0,5 pt)

Problème (10 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = x + \ln \frac{x+2}{x-2}$, et on note $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, d'unité graphique 1 cm.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D de f . (0,5 pt)
- 2) a) Etudier les limites de f aux bornes de D . (2 pts)
b) En déduire l'existence d'asymptotes verticales à $(\mathcal{C})$. (0,5 pt)
- 3) Montrer que la droite $(\mathcal{D}): y = x$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C})$. (0,5 pt)
- 4) a) Déterminer la fonction dérivée f' de f . (1 pt)
b) Etudier, suivant les valeurs de x , le signe de $f'(x)$. (1 pt)
c) Déduire le tableau de variations de f . (1 pt)
- 5) Construire la courbe $(\mathcal{C})$ ainsi que ses asymptotes. (2 pts)
(On y fera apparaître les tangentes à $(\mathcal{C})$ aux points d'abscisses $-2\sqrt{2}$ et $2\sqrt{2}$.)
- 6) On appelle g la fonction définie par $g(x) = -x - \ln \frac{x+2}{x-2}$.
 - a) Comment peut-on obtenir $(\mathcal{C}')$ à partir de $(\mathcal{C})$? (0,5 pt)
 - b) Construire alors la courbe $(\mathcal{C}')$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (1 pt)