

LYCÉE DE HÉDZRANAWOÉ LOMÉ Tel : 22 26 00 00	Devoirs Surveillés du 1 ^{er} semestre Epreuve de Mathématiques	Année scolaire : 2012-2013
		Classe : 1 ^{ères} D
		Durée : 4h

Exercice 1 (6,5 points)

- A) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système $\begin{cases} x + 2my + z = 1 \\ x - 2y - z = 2 \\ -2x + y - mz = 2 \end{cases}$ où m est un paramètre réel. (2 pts)
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ -3x + 2y + z = -5 \\ x - y + 2z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 5 \end{cases}$. (1 pt)
- 3) Résoudre l'inéquation $\sqrt{-x^2 + 3x - 2} \geq x - 1$. (2 pts)
- B) On considère le système $(\Sigma) : \begin{cases} 2mx - (2n+m)y = 4 \\ (m-n)x + my = 2 \end{cases}$, d'inconnue (x, y) et dépendant de deux paramètres m et n .
- 1) Déterminer m et n pour que le couple $(2, -3)$ soit solution de (Σ) . (1 pt)
- 2) Le couple $(-1, 2)$ est-il solution de (Σ) ? (0,5 pt)

Exercice 2 (5 points)

On désigne par P le polynôme défini par $P(x) = (m+2)x^2 + 2mx + m - 3$, où m est un paramètre réel.

- 1) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles P admet deux zéros α et β . (1 pt)
- 2) Dans chacun des cas suivants, déterminer m , puis α et β pour que : (2 x 1 pts)
- a) $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{52}{9}$. b) $|\alpha - \beta| = \frac{6}{5}$.
- 3) On choisit m pour que P admette deux zéros distincts α et β .
- a) Trouver une relation entre α et β , indépendante de m . (1 pt)
- b) Déterminer les valeurs de α et β pour $\alpha = 3\beta$. (1 pt)

Exercice 3 (4 points)

Soit $ABCD$ un quadrilatère, on désigne par I le milieu de $[AC]$ et par J le milieu de $[BD]$. On considère les points K, L, M tels que $\vec{KA} = -2\vec{KB}$, $\vec{LC} = -2\vec{LD}$ et que M soit milieu de $[LK]$.

- 1) Faire une figure soignée où tous les points considérés sont reportés. (1,5 pts)
- 2) Justifier l'existence du barycentre G du système $\{(A, 1), (B, 2), (C, 1), (D, 2)\}$. (0,5 pt)
- 3) En regroupant les points de différentes façons, montrer que G appartient aux droites (KL) et (IJ) . (1 pt)
- 4) Montrer $G = M$, puis déduire que M, I et J sont alignés. (0,5 pt)
- 5) Donner la position de M sur la droite (IJ) . (0,5 pt)

Exercice 4 (4,5 points)

Soient A et B deux points distincts du plan $\mathcal{P}$, et soit k un nombre réel strictement positif différent de 1.

- 1) Démontrer : $\forall M \in \mathcal{P}, \left(\frac{\vec{MA}}{\vec{MB}} = k \iff (\vec{MA} + k\vec{MB})(\vec{MA} - k\vec{MB}) = 0 \right)$. (0,75 pt)
- 2) On pose $G_1 = \text{bar} \{(A, 1), (B, k)\}$ et $G_2 = \text{bar} \{(A, 1), (B, -k)\}$.
- a) Montrer : $\forall M \in \mathcal{P}, (\vec{MA} + k\vec{MB})(\vec{MA} - k\vec{MB}) = (1 - k^2)\vec{MG}_1 \cdot \vec{MG}_2$. (0,5 pt)
- b) En déduire que $(E) = \left\{ M \in \mathcal{P} / \frac{\vec{MA}}{\vec{MB}} = k \right\}$ est le cercle de diamètre $[G_1G_2]$. (0,5 pt)
- 3) Application : déterminer les ensembles suivants :
- a) $(E_1) = \left\{ M \in \mathcal{P} / \frac{\vec{MA}}{\vec{MB}} = \frac{2}{3} \right\}$. (0,75 pt)
- b) $(E_2) = \left\{ M \in \mathcal{P} / \|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|\vec{MA} + 2\vec{MB}\| \right\}$. (1 pt)
- c) $(E_3) = \left\{ M \in \mathcal{P} / \|\vec{MA} - 2\vec{MB}\| = \|-3\vec{MA} + \vec{MB}\| \right\}$. (1 pt)